



خزوه درس

فنی‌پیک عمومی

تدوین و گردآوری: مهدی جعفری تیده نوئی

۱۴	۲-۶- حرکت یکنواخت	۶	فصل ۱: مقدمه
۱۴	۲-۷- شتاب متوسط	۵	۱-۱- کمیت
۱۴	۲-۸- شتاب لحظه‌ای	۵	۱-۲- یکاها
۱۵	۲-۹- معادلات حرکت با شتاب ثابت روی خط راست	۵	۱-۳- تبدیل یکا
۱۶	۲-۱۰- سقوط آزاد اجسام	۷	۱-۴- نمادگذاری علمی اعداد
۱۷	۲-۱۱- حرکت در صفحه (حرکت در دو بعد)	۷	۱-۵- تجزیه بردارها
۱۹	فصل ۳: دینامیک ذره	۸	۱-۶- بردار یکه
۲۰	۳-۱- مکانیک کلاسیک	۸	۱-۷- برآیند دو بردار
۲۰	۳-۲- قوانین نیوتن	۸	۱-۸- اندازه برآیند
۲۱	۳-۳- نیروی عمود بر سطح (N)	۹	۱-۹- تفاضل دو بردار
۲۱	۳-۴- آسانسور	۹	۱-۱۰- اندازه تفاضل
۲۲	۳-۵- نیروی اصطکاک	۹	۱-۱۱- رسم برآیند و تفاضل دو بردار
۲۲	۳-۶- انواع نیروی اصطکاک	۱۰	۱-۱۲- بردار مکان
۲۴	۳-۷- سطح شیبدار	۱۰	۱-۱۳- بردار جابجایی
۲۵	۳-۸- حرکت دایره‌ای	۱۱	۱-۱۴- ضرب نرده‌ای
۲۵	۳-۹- حرکت دایره‌ای یکنواخت	۱۱	۱-۱۵- ضرب برداری
۲۶	۳-۱۰- سرعت خطی در حرکت دایره‌ای	۱۱	۱-۱۶- جدول زاویه‌ها
۲۶	۳-۱۱- شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت	۱۱	۱-۱۷- رابطه مشتق
۲۷	۳-۱۲- دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت	۱۱	۱-۱۸- رابطه‌های انتگرال
۲۸	فصل ۴: کار و انرژی	۱۲	فصل ۲: مکانیک
۲۹	۴-۱- کار انجام شده توسط یک نیروی ثابت	۱۳	۲-۱- مکانیک
۳۰	۲-۴- قضیه کار و انرژی	۱۳	۲-۲- سینماتیک
۳۱	۴-۳- رابطه کار و انرژی پتانسیل گرانشی	۱۳	۲-۳- حرکت در یک بعد
۳۴	فصل ۵: پایستگی انرژی	۱۳	۲-۴- سرعت متوسط ($\bar{v}$)
			۲-۵- سرعت لحظه‌ای (v)

۵۲	۸-۳- فرآیند ترمودینامیکی	۳۵	۵-۱- نیروهای پایستار
۵۳	۸-۴- فرآیندهای ترمودینامیکی خاص	۳۵	۵-۲- انرژی مکانیکی
۵۳	۸-۵- انرژی درونی	۳۵	۵-۳- اصل پایستگی انرژی مکانیکی
۵۳	۸-۶- قانون اول ترمودینامیک	۳۶	۵-۴- نیروهای ناپایستار
۵۴	۸-۷- قانون دوم ترمودینامیک	۳۷	۵-۵- توان متوسط ($\bar{P}$)
۵۵	فصل ۹: موج‌های مکانیکی	۳۸	فصل ۶: سینماتیک دورانی و دینامیک دورانی
۵۶	۹-۱- موج‌های مکانیکی	۳۹	۶-۱- سینماتیک دورانی
۵۶	۹-۲- موج‌های صوتی	۳۹	۶-۲- دوران با شتاب زاویه‌ای
۵۶	۹-۳- کاربرد موج‌های صوتی	۳۹	۶-۳- دوران با شتاب زاویه‌ای ثابت
۵۶	۹-۴- آکوستیک	۴۰	۶-۴- دینامیک دورانی
۵۷	منابع	۴۰	۶-۵- گشتاور نیروی وارد بر ذره
		۴۱	۶-۶- تعادل گشتاورها
		۴۱	۶-۷- شرایط تعادل جسم
		۴۲	۶-۸- اندازه حرکت (تکانه) جسم (P)
		۴۲	۶-۹- رابطه بین نیرو و اندازه حرکت
		۴۴	فصل ۷: دما و دماسنجی
		۴۵	۷-۱- دما
		۴۵	۷-۲- گرما
		۴۶	۷-۳- گرمای ویژه (C)
		۴۷	۷-۴- محاسبه گرما
		۴۷	۷-۵- محاسبه دمای تعادل (θ)
		۴۸	۷-۶- انبساط گرمایی در جامدها
		۵۰	۷-۷- انبساط گرمایی در مایع‌ها
		۵۱	فصل ۸: ترمودینامیک
		۵۲	۸-۱- مقدمه
		۵۲	۸-۲- معادله حالت گاز کامل (گاز رقیق)

فصل اول

مقدمه

۱-۱- کمیت: به هر چیز قابل اندازه‌گیری در فیزیک، کمیت می‌گویند.

انواع کمیت‌های فیزیکی از لحاظ محتوا:

- کمیت نرده‌ای (عددی-اسکالر): کمیتی که فقط دارای اندازه باشد (فقط با عدد بیان شود). مانند: جرم-طول-زمان.
- کمیت برداری: کمیتی که علاوه بر اندازه، دارای جهت نیز باشد. مانند: سرعت-شتاب-نیرو.

۲-۱- یکاها

یکای (واحد): چیزی که نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌ها را بتوان توسط آن مقایسه کرد.

انواع کمیت‌های فیزیکی از لحاظ شکل:

- کمیت اصلی: کمیتی که یکای آن به‌طور مستقل بیان شود. مانند: جرم-طول-زمان-دما. به یکاهای این کمیت‌ها نیز، یکاهای اصلی گویند.
- کمیت فرعی: کمیتی که یکای آن به‌طور مستقل بیان نشود. مانند: سرعت-شتاب-نیرو-فشار-توان. به یکاهای این کمیت‌ها نیز، یکاهای فرعی گویند.

نام کمیت	نماد کمیت	نام یکا	نماد یکا
جرم	m	کیلوگرم	kg
زمان	t	ثانیه	s
طول	l	متر	m
سرعت	v	متر بر ثانیه	$\frac{m}{s}$
شتاب	a	متر بر مجذور ثانیه	$\frac{m}{s^2}$
نیرو	F	نیوتن	N

جدول ۱-۱- کمیت‌ها و یکاها

۳-۱- تبدیل یکا

جدول ۲-۱- ضرایب افزایشده

ضرایب (پیشوندهای) افزایشده		
نام	نماد	ضریب
کیلو	K	۱۰^3
مگا	M	۱۰^6
گیگا	G	۱۰^9
ترا	T	۱۰^{12}

جدول ۱-۳- ضرایب کاهنده

ضرایب (پیشوندهای) کاهنده		
نام	نماد	ضریب
سانتی	c	10^{-2}
میلی	m	10^{-3}
میکرو	μ	10^{-6}
نانو	n	10^{-9}

نکته: ضرایب دو جدول فوق برای حالتی است که این ضرایب در سمت چپ تساوی قرار گیرند. اگر این ضرایب در سمت راست تساوی قرار بگیرند، علامت توان عوض می‌شود.

مثال ۱-۱- تبدیل یکاهای زیر را انجام دهید.

$$a: \text{ } 1 \text{ cm} = ? \text{ m} =$$

$$b: \text{ } 1 \text{ m} = ? \text{ cm} =$$

$$c: \text{ } 1 \mu s = ? \text{ s} =$$

$$d: \text{ } 1 \text{ s} = ? \mu s =$$

نکته: اگر هیچ‌یک از یکاهای دو طرف تساوی، یکای استاندارد نباشد، ابتدا یکای سمت چپ تساوی را به یکای استاندارد و سپس یکای استاندارد را به یکای خواسته شده‌ی سمت راست تبدیل می‌نماییم.

مثال ۲-۱- تبدیل یکاهای زیر را انجام دهید.

$$a: \text{ } 1 \text{ nJ} = ? \text{ KJ}$$

$$b: \text{ } 1 \text{ Ms} = ? \text{ ms}$$

$$c: \text{ } 1 \mu m = ? \text{ cm}$$

تمرین ۱-۱- تبدیل یکاهای زیر را انجام دهید.

$$a: \text{ } 1 \text{ g} = ? \text{ Kg}$$

$$b: \text{ } 1 \text{ Kg} = ? \text{ ng}$$

$$c: \text{ } 1 \text{ MW} = ? \mu W$$

$$d: \text{ } 1 \text{ mJ} = ? \text{ GJ}$$

۴-۱- نمادگذاری علمی اعداد

نکته: برای نمادگذاری، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ۱- هر عدد را به صورت حاصل ضرب عددی بین ۱ و ۱۰ ($1 \leq x < 10$) و توان صحیحی از $10^{\pm n}$ می‌نویسیم یعنی: $x \times 10^{\pm n}$
- ۲- به تعداد رقم‌هایی که اعشار عقب کشیده می‌شود برای ۱۰، توان مثبت (10^{+n}) می‌گذاریم.
- ۳- به تعداد رقم‌هایی که اعشار جلو کشیده می‌شود برای ۱۰، توان منفی (10^{-n}) می‌گذاریم.

مثال ۱-۳- اعداد زیر را نمادگذاری کنید.

$$a: 1000 = 1000 / 10 = 1 / 0.001 \times 10^{+3} = 10^3$$

$$b: 900 =$$

$$c: 10010 =$$

$$d: 35/09 =$$

$$e: 0/0809 =$$

تمرین ۱-۲- اعداد زیر را نمادگذاری کنید.

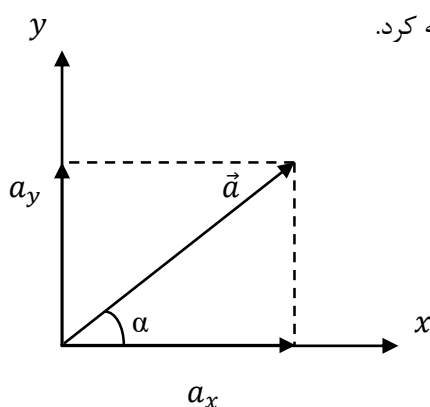
$$a: 10900 =$$

$$b: 9999 =$$

$$c: 0/00010 =$$

۵-۱- تجزیه بردارها

طبق شکل ۱-۱، بردار $\vec{a}$ را می‌توان به دو مؤلفه a_x و a_y تجزیه کرد.



شکل ۱-۱

a_x : مؤلفه افقی بردار $\vec{a}$

a_y : مؤلفه عمودی بردار $\vec{a}$

روابط:

$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a \sin \alpha \quad \bullet$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a \cos \alpha \quad \bullet$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \frac{a_y}{a_x} \quad \bullet$$

۱-۶- بردار یک‌جهت: برداری است به طول واحد و در جهت مؤلفه‌های بردار اصلی.

نکته: بردار یک‌جهت در جهت مؤلفه افقی را با $\vec{i}$ و بردار یک‌جهت در جهت مؤلفه قائم را با $\vec{j}$ نمایش می‌دهند و داریم:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

نکته: به a_x و a_y مؤلفه‌های بردار $\vec{a}$ گویند.

۱-۷- برآیند دو بردار: به جمع دو بردار گویند و داریم: $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$

مثال ۱-۴- بردار برآیند را بر حسب مؤلفه‌ها و بردارهای یک‌جهت بنویسید.

۸-۱- اندازه برآیند:

الف) اندازه برآیند دو بردار هم‌جهت a و b : $r = |a + b|$

ب) اندازه برآیند دو بردار خلاف‌جهت a و b : $r = |a - b|$

ج) اندازه برآیند دو بردار زاویه‌دار a و b : $r = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}$

د) اندازه برآیند دو بردار عمود بر هم a و b : $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

ه) اندازه برآیند دو بردار زاویه‌دار و هم‌اندازه a و b : $r = 2a \cos \frac{\alpha}{2}$

مثال ۱-۵- برآیند دو نیروی $\vec{F}_1 = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ را محاسبه کرده، اندازه آن‌را بدست آورده و زاویه بین نیروی برآیند با محور x را محاسبه کنید.

حل:

تمرین ۱-۳- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ و $\vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$ باشد، $\vec{r}$ با محور x چه زاویه ای می‌سازد؟

۱-۹- تفاضل دو بردار: تفاضل دو بردار را با نماد $\vec{c}$ نمایش می‌دهیم و داریم: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

۱-۱۰- اندازه تفاضل:

الف) اندازه تفاضل دو بردار هم جهت a و b : $c = |a - b|$

ب) اندازه تفاضل دو بردار خلاف جهت a و b : $c = |a + b|$

ج) اندازه تفاضل دو بردار زاویه دار a و b : $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$

د) اندازه تفاضل دو بردار عمود بر هم a و b : $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

هـ) اندازه تفاضل دو بردار زاویه دار و هم اندازه a و b : $c = 2a \sin \frac{\alpha}{2}$

۱-۱۱- رسم برآیند و تفاضل دو بردار:

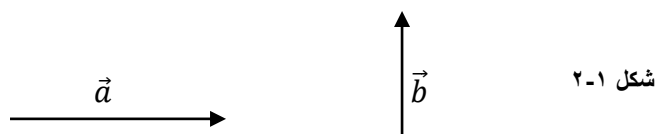
برای رسم برآیند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ۱- از یک نقطه فرضی، برداری موازی، مساوی و هم‌جهت بردار اول رسم می‌کنیم.
- ۲- از انتهای بردار اول، برداری موازی، مساوی و هم‌جهت بردار دوم رسم می‌کنیم.
- ۳- بردار برآیند برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل کند.

برای رسم تفاضل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ نیز مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ۱- از یک نقطه فرضی، برداری موازی، مساوی و هم‌جهت بردار اول رسم می‌کنیم.
- ۲- از انتهای بردار اول، برداری موازی، مساوی و خلاف جهت بردار دوم رسم می‌کنیم.
- ۳- بردار تفاضل برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل کند.

مثال ۱-۶- دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با اندازه‌های به ترتیب ۳ و ۴ واحد مطابق شکل مفروض می‌باشند. بردارهای برآیند و تفاضل را رسم کرده و اندازه آن‌ها را به‌دست آورید.



- اگر دو بردار بر هم عمود باشند، اندازه بردار برآیند با اندازه بردار تفاضل برابر است.

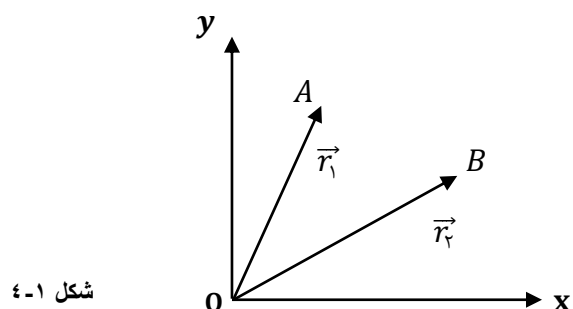
تمرین ۱-۴- دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با اندازه‌های به ترتیب ۲ و ۵ واحد مطابق شکل مفروض می‌باشند. بردارهای برآیند و تفاضل را رسم کرده و اندازه آن‌ها را به‌دست آورید.



۱۲-۱- بردار مکان

متحرکی در لحظه t_1 در نقطه A و در لحظه t_2 در نقطه B قرار دارد.

طبق شکل بردار مکان جسم در نقطه A را با $\vec{r}_1$ و بردار مکان جسم در نقطه B را با $\vec{r}_2$ نشان می‌دهیم.



شکل ۱-۴

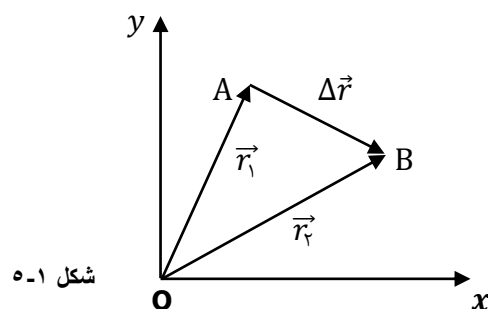
۱۳-۱- بردار جابجایی

برداری جابجایی برداری است که مکان اولیه متحرک (نقطه A) را به مکان ثانویه متحرک (نقطه B) وصل می‌کند.

به عبارتی دیگر، بردار جابجایی، تفاضل دو بردار $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ است که با نماد $\Delta\vec{r}$ نمایش داده می‌شود:

$$\vec{r}_1 + \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 \Rightarrow$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



شکل ۱-۵

تمرین ۱-۵- دانش‌آموزی در لحظه t_1 در نقطه A به مختصات (۳ و ۴) و در لحظه t_2 در نقطه B به مختصات (۸ و ۶) قرار دارد.

الف- بردارهای مکان را در لحظه‌های t_1 و t_2 رسم کرده و بر حسب بردارهای یکه بیان کنید.

ب- فاصله دانش‌آموز را در هر لحظه تا مبدا محاسبه کنید.

ج- جابجایی دانش‌آموز را رسم کرده و اندازه آن را بدست آورید.

۱۴-۱- ضرب نرده ای (عددی - اسکالر): حاصل ضرب نرده ای دو بردار ، یک کمیت نرده ای است.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$$

• $\cos \theta$ در ناحیه های ۱ و ۴ دایره مثلثاتی، مثبت است.

۱۵-۱- ضرب برداری: حاصل ضرب برداری دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، بردار دیگری است مانند $\vec{c}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \theta$$

• $\sin \theta$ در ناحیه های ۱ و ۲ دایره مثلثاتی، مثبت است.

۱۶-۱- جدول زاویه ها

جدول ۱-۴- سینوس، کسینوس و تانژانت بعضی از زوایای خاص

α	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰	۱۸۰
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱
tan	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$+\infty$	۰

۱۷-۱- رابطه مشتق

اگر $y = ax^n$ باشد، مشتق y نسبت به x عبارتست از:

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$$

مثال ۱-۶- اگر $y = 5x^3 - 2x^2 + 4x - 6$ باشد، مشتق y نسبت به x را بنویسید.

۱۸-۱- رابطه های انتگرال

جدول ۱-۶- بعضی از انتگرال های کاربردی

$\int dx = x$	$\int x dx = \frac{1}{2}x^2$	$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$
$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} dx = 2 \int_{-}^{+} dx$

فصل دوم

مکانیک

۲-۱- مکانیک

مکانیک، علم مطالعه حرکت اجسام است.

۲-۲- سینماتیک

وقتی حرکتی را توصیف می‌کنیم با آن بخش از مکانیک سر و کار داریم که سینماتیک نامیده می‌شود.

۲-۳- حرکت در یک بعد

در حرکت یک بعدی، بردار $\vec{r}$ فقط دارای یک مؤلفه است. بنابراین بردار $\vec{r}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{r} = x\vec{i}$$

۲-۴- سرعت متوسط ($\bar{v}$): نسبت تغییرات مکان به تغییرات زمان.

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

مثال ۲-۱- متحرکی در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ در 5 متری مبدا و در لحظه $t_2 = 6 \text{ s}$ در 17 متری مبدا قرار دارد. سرعت متوسط متحرک را محاسبه کنید.

۲-۵- سرعت لحظه‌ای (v): سرعت در هر لحظه از زمان را گویند. به عبارتی دیگر سرعت لحظه‌ای، حد سرعت متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

این حد، برابر مشتق تابع x نسبت به زمان است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

مثال ۲-۲- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 2t + 4$ است. تعیین کنید:

الف- سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 3 \text{ s}$

ب- سرعت متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$

الف-

ب-

۶-۲- حرکت یکنواخت

اگر سرعت متحرک در طول مسیر یکسان باشد می‌گوییم متحرک دارای حرکت یکنواخت است و داریم:

$$v_x = \bar{v}_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad x_0: \text{مکان متحرک در لحظه صفر}$$

$$v_x = \frac{x - x_0}{t} \quad v: \text{سرعت متحرک}$$

$$x - x_0 = v_x t \quad x: \text{مکان متحرک پس از } t \text{ ثانیه}$$

$$x = v_x t + x_0$$

به رابطه فوق، معادله حرکت یکنواخت متحرک گویند.

• برای راحتی در حل مسایل از رابطه زیر استفاده می‌نماییم:

$$x = vt + x_0$$

مثال ۲-۳- متحرکی با سرعت یکنواخت در حرکت است. اگر متحرک در لحظه $t_1 = 3 \text{ s}$ در ۴ متری مبدا و در لحظه $t_2 = 7 \text{ s}$ در ۲۰ متری مبدا قرار دارد. تعیین کنید:

الف- سرعت متحرک ب- مکان متحرک در لحظه صفر ج- معادله حرکت متحرک

الف-

ب--

ج-

۷-۲- شتاب متوسط $[\bar{a}]$: نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان را گویند.

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

مثال ۲-۴- سرعت متحرکی در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ برابر $5 \frac{m}{s}$ و در لحظه $t_2 = 6 \text{ s}$ برابر $17 \frac{m}{s}$ است. شتاب متوسط متحرک را محاسبه کنید.

۸-۲- شتاب لحظه ای $[a]$: شتاب در هر لحظه از زمان را گویند. به عبارتی دیگر شتاب لحظه‌ای، حد شتاب متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

این حد، برابر مشتق سرعت نسبت به زمان است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$a_x = \frac{dv}{dt}$$

تمرین ۲-۱- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 2t^3 - 3t^2 + t - 1$ است. تعیین کنید:

الف- شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 2 \text{ s}$

ب- شتاب متحرک در لحظه $t = 3 \text{ s}$

۹-۲- معادلات حرکت با شتاب ثابت روی خط راست

معادله سرعت_زمان: $v = at + v_0$

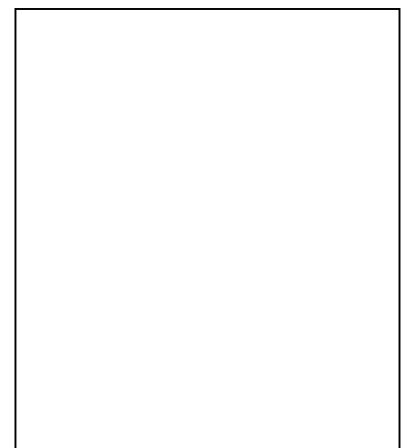
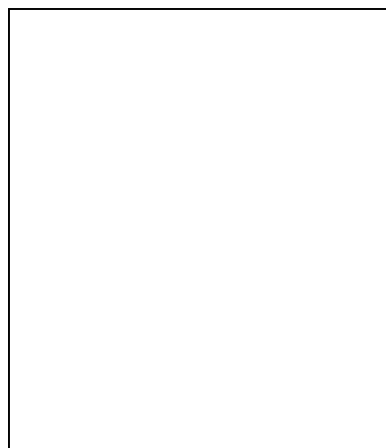
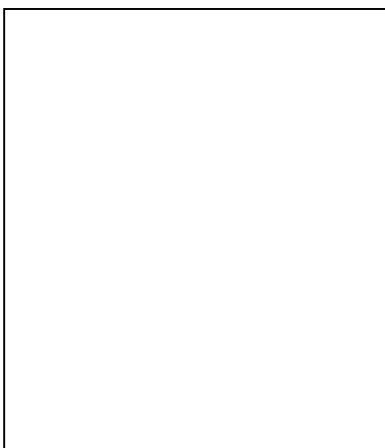
معادله مکان_زمان: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

معادله بدون زمان: $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

مثال ۲-۵- متحرکی از حالت سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از ۴ ثانیه سرعتش به 8 m/s می‌رسد. تعیین کنید:

الف- شتاب متحرک در این مدت ب - مسافت طی شده توسط متحرک در این مدت

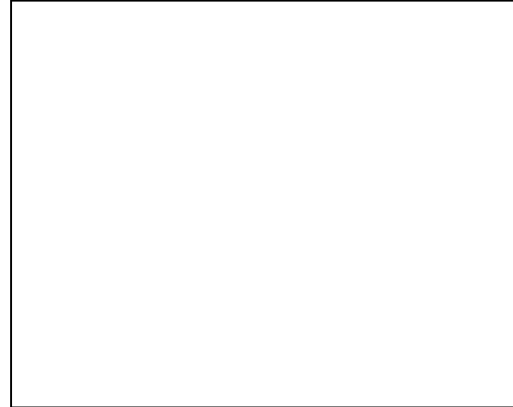
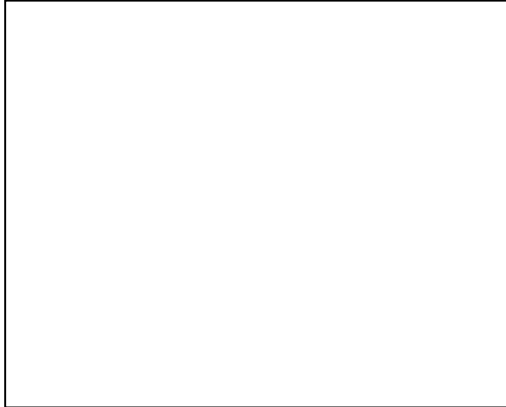
$$v_0 = 0, t = 4 \text{ s}, v = 8 \text{ m/s}, a = ?, x = ?$$



مثال ۲-۶- متحرکی با سرعت 20 m/s ناگهان ترمز می زند و با شتاب 4 m/s^2 بعد از طی مسافتی، می ایستد. تعیین کنید:

- الف- مدت زمان ترمز تا توقف
- ب- مسافت طی شده از لحظه ترمز تا توقف

$$v_0 = 20 \text{ m/s} \text{ و } a = -4 \text{ m/s}^2 \text{ و } v = 0 \text{ و } t = ? \text{ و } x = ?$$



تمرین ۲-۲- خودرویی با سرعت ثابت در حال حرکت می باشد. ناگهان ترمز زده می شود و پس از طی مسافت ۲۰۰ متر، سرعتش به 10 m/s می رسد. اگر شتاب متحرک از لحظه ترمز برابر 4 m/s^2 باشد، تعیین کنید:

الف- سرعت متحرک در لحظه ترمز

ب- زمان طی شده در طول ۲۰۰ متر

تمرین ۲-۳- خودرویی در پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب 2 m/s^2 شروع به حرکت می کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 10 m/s از کنار آن می گذرد. پس از چه مدتی خودرو به کامیون می رسد؟

۱۰-۲- سقوط آزاد اجسام

به حرکتی که اجسام در غیاب مقاومت هوا، با شتاب ثابت سقوط می کنند، سقوط آزاد اجسام می گویند.

- شتاب اجسام در سقوط آزاد همان شتاب گرانش زمین است ($g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

۱۱-۲- حرکت در صفحه (حرکت در دو بعد)

در این قسمت حرکت در دو بعد (صفحه xy) را بررسی می‌کنیم.

با استفاده از بردارهای یک‌ه می‌توانیم بردارهای جابجایی، سرعت و شتاب را به صورت زیر بنویسیم:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} = \bar{v}_x \vec{i} + \bar{v}_y \vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \vec{j} = \bar{a}_x \vec{i} + \bar{a}_y \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

مثال ۲-۷- معادله حرکت دو بعدی جسمی در SI به صورت $x = 5t^2 - 2t$ و $y = -3t^2 + 1$ است.

الف- بردار سرعت و بردار شتاب این جسم را در لحظه $t = 1$ s به دست آورید.

ب- هر یک از این دو بردار چه زاویه‌ای با محور افق می‌سازند؟

الف-

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 10t - 2 = 10(1) - 2 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -6t = -6(1) = -6 \frac{m}{s}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 10 - 0 = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -6 \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = 10\vec{i} - 6\vec{j}$$

ب-

اگر α زاویه‌ای که بردار سرعت با محور x می‌سازد و β نیز زاویه‌ای که بردار شتاب با محور y می‌سازد، باشند می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-6}{8} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-6}{8} \right)$$

$$\tan \beta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \Rightarrow \beta = \tan^{-1} \left(\frac{-3}{5} \right)$$

فصل سوم

دینامیک ذره
” ”

۳-۱- مکانیک کلاسیک

هنگامی که حرکت را به نیروهای وابسته به آن ربط می‌دهیم، با دینامیک سرو کار داریم. در فصل دوم از علت حرکت بحثی به میان نیاوردیم اما در این فصل درباره علت‌های حرکت یعنی آن قسمت از مکانیک که به دینامیک معروف است بحث می‌کنیم. قلمرو مکانیک کلاسیک، محدوده‌ای است که در آن، سرعت اجسام بزرگ نسبت به سرعت نور، کم است.

۳-۲- قوانین نیوتن

قانون اول نیوتن: اگر به جسم نیروی خارجی وارد نشود، جسم حالت سکون یا حرکت خود را حفظ می‌کند.

مانند: خم شدن به سمت جلو بعد از ترمز زدن خودرو

نکته: به قانون اول نیوتن، اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

لختی (اینرسی):

- تمایل اجسام به حفظ حالت اولیه
- مقاومت اجسام در برابر تغییر سرعت

قانون دوم نیوتن: جسم زمانی شتاب می‌گیرد که برآیند نیروهای وارد بر جسم، صفر نباشد.

$$a = \frac{F_R}{m} \rightarrow F_R = ma$$

a : شتاب

F_R : نیروی برآیند

m : جرم

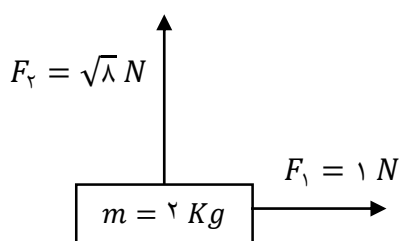
مثال ۳-۱- اگر به جسمی به جرم 40 kg نیروی خالص 20 نیوتن وارد شود، جسم چه شتابی می‌گیرد؟

اگر این نیرو 4 برابر شود، شتاب چه مقدار می‌شود؟

مثال ۳-۲- اگر نیروی وارد بر جسم، 2 برابر و جرم جسم نصف شود، شتاب حرکت جسم چند برابر می‌شود؟

مثال ۳-۳- طبق شکل مقابل شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.

شکل ۳-۱



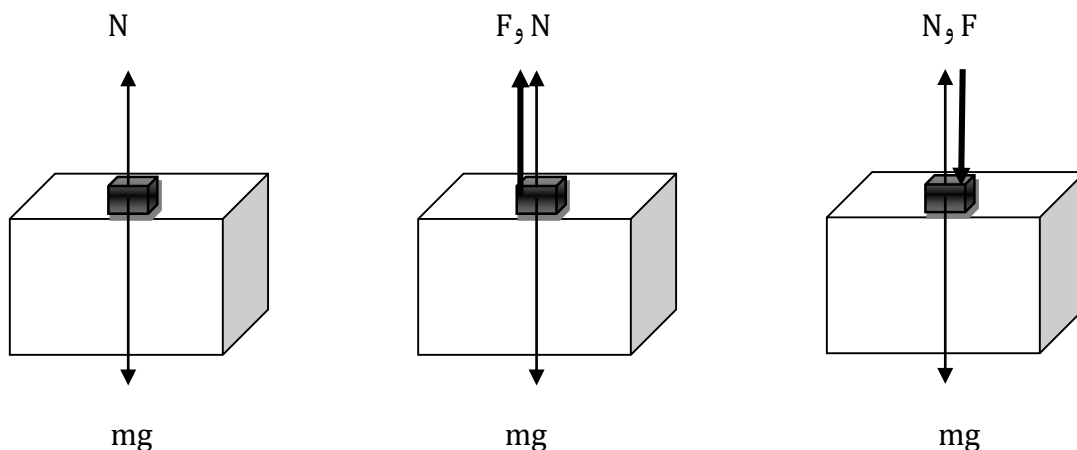
تمرین ۳-۱- به جسم $۵/۰$ کیلوگرمی هم‌زمان دو نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = -2\vec{i}$ اثر می‌کند. بزرگی شتاب حرکت را محاسبه کنید.

قانون سوم نیوتن: هر عملی، عکس العملی دارد مساوی با آن اما در خلاف جهت.
مانند:

- لگد زدن تفنگ بعد از شلیک شدن
- حرکت رو به جلو فضا نوردان در سفینه در اثر ضربه به دیواره
- درد گرفتن دست در اثر ضربه به دیوار

۳-۳- نیروی عمود بر سطح (N)

به نیروی عکس العمل سطح گویند.



شکل ۳-۲

$$F_R = ma$$

$$N - mg = ۰$$

$$N = mg$$

$$F_R = ma$$

$$(N + F) - mg = ۰$$

$$N = mg - F$$

$$F_R = ma$$

$$N - (F + mg) = ۰$$

$$N = mg + F$$

۳-۴- آسانسور

مثال ۳-۴- شخصی به جرم ۶۰ kg داخل آسانسوری ایستاده است. نیروی عمود بر سطح (نیروی وارد به کف پای شخص) را در حالت های زیر محاسبه کنید:

الف- آسانسور ساکن است.

ب- آسانسور با سرعت ثابت در حال حرکت به سمت بالا (پایین) است.

ج- آسانسور با شتاب $۲ \frac{N}{kg}$ در حال حرکت به سمت بالا است.

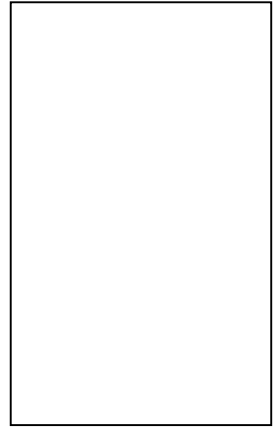
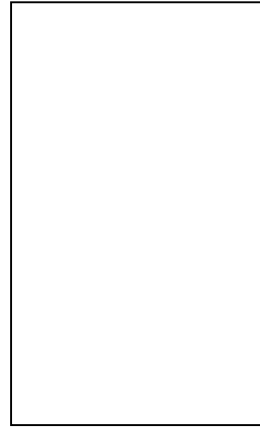
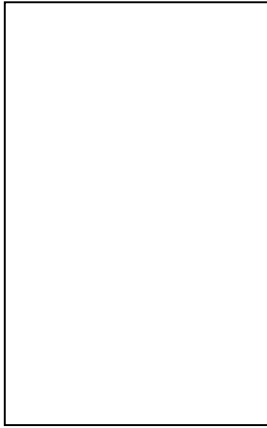
د- آسانسور با شتاب $۲ \frac{N}{kg}$ در حال حرکت به سمت پایین است.

الف

ب

ج

د



۵-۳- نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک، نیرویی است که از لغزش اجسام روی یکدیگر جلوگیری می‌کند.

۶-۳- انواع نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک ایستایی (f_s): نیروی اصطکاک بین سطح و جسم ساکن

نیروی اصطکاک آستانه حرکت (f_{smax}): نیروی اصطکاک بین سطح و جسم آماده به حرکت

نیروی اصطکاک جنبشی (f_k): نیروی اصطکاک بین سطح و جسم در حال حرکت

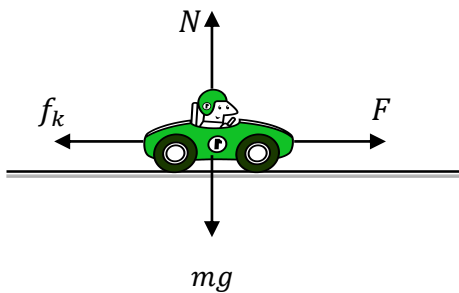
نکته‌ها:

- $0 \leq f_s \leq f_{smax}$
- ضریب اصطکاک جنبشی کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی است: $\mu_k < \mu_s$
- μ_s : ضریب اصطکاک ایستایی
- μ_k : ضریب اصطکاک جنبشی

$$f_{smax} = \mu_s N$$

$$f_k = \mu_k N$$

- برای جسمی که با نیروی پیشران F و نیروی اصطکاک جنبشی f_k در حال حرکت می‌باشد، داریم:



$$\sum F_x = F_{Rx} = ma \rightarrow F - f_k = ma$$

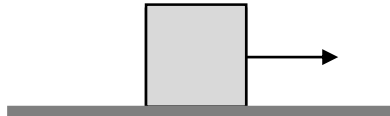
$$\sum F_y = F_{Ry} = ma \rightarrow N - mg = 0 \rightarrow N = mg$$

شکل ۳-۳

- اگر راننده خودرو دنده را خلاص کند یا ترمز بزند، نیروی پیش‌ران F ، صفر می‌شود و داریم:

$$F - f_k = ma \rightarrow -f_k = ma$$

مثال ۳-۵- به جسم ساکنی به جرم ۲۰ کیلوگرم، نیروی F مطابق شکل وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی برابر ۰/۵ باشد، وضعیت جسم را در حالت‌های زیر مورد بررسی قرار دهید.



شکل ۳-۴

الف- $F = ۸۰ \text{ N}$

ب- $F = ۱۰۰ \text{ N}$

ج- $F = ۱۲۰ \text{ N}$

ابتدا اندازه نیروی اصطکاک آستانه حرکت (f_{smax}) را تعیین می‌کنیم:

مثال ۳-۶- خودرویی با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در حال حرکت می‌باشد. ناگهان با دیدن مانعی در ۳۵ متری خود ترمز می‌زند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جسم و سطح برابر ۰/۵ باشد،

الف: آیا خودرو به مانع برخورد می‌کند؟

ب: مدت زمان ترمز تا توقف چند ثانیه است؟

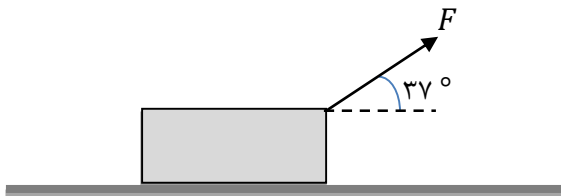
$$a = -\mu_k g$$

$$x = \left| \frac{v_o^2}{2a} \right| = \left| \frac{v_o^2}{2\mu_k g} \right| = \left| \frac{20^2}{2 \times \frac{1}{2} \times 10} \right| = \left| \frac{400}{2 \times \frac{1}{2} \times 10} \right| = 40 \text{ m}$$

$$t = \left| \frac{v_o}{a} \right| = \left| \frac{v_o}{\mu_k g} \right| = \left| \frac{20}{\frac{1}{2} \times 10} \right| = \left| \frac{20}{5} \right| = 4 \text{ s}$$

تمرین ۳-۲- طبق شکل اگر شتاب حرکت جسم ۳ باشد، نیروی اصطکاک و ضریب اصطکاک جسم و سطح را محاسبه کنید.

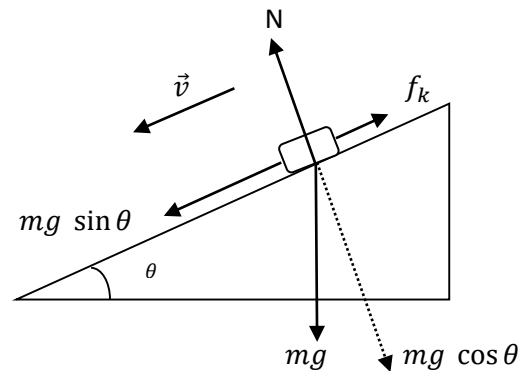
$$(m = 5 \text{ kg}, F = 20 \text{ N}, \cos 37^\circ = 0.8)$$



شکل ۵-۳

۳-۷- سطح شیبدار

مثال ۳-۷- جسمی به جرم m روی سطح شیبداری با ضریب اصطکاک μ_k به سمت پایین می لغزد. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.



شکل ۶-۳

تمرین ۳-۲- جسمی به جرم m روی سطح شیبداری با ضریب اصطکاک μ_k به سمت بالا در حرکت است. شتاب حرکت جسم را به همراه رسم کامل شکل محاسبه کنید.

۸-۳- حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای نمونه‌ای از حرکت در صفحه است.

دوره تناوب (T)

- مدت زمان یک دور کامل (چرخه کامل) را دوره تناوب گویند.
- یکای دوره تناوب، ثانیه (S) است.

$$T = \frac{t}{N}$$

- t برابر زمان کل و N برابر تعداد دورها می‌باشد.

فرکانس یا بسامد (f)

- به تعداد دورهای کامل در یک ثانیه بسامد گویند.
- یکای بسامد، هرتز (Hz) است.

$$f = \frac{1}{T}$$

بسامد زاویه‌ای یا سرعت زاویه‌ای (ω)

- به مکان زاویه‌ای (زاویه پیموده شده) در واحد زمان، بسامد زاویه‌ای گویند.
- یکای بسامد زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه ($\frac{Rad}{s}$) است.

$$\omega = \frac{\theta}{t} \rightarrow \theta = 2\pi \text{ و } t = T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

در حرکت دایره‌ای، زاویه مقابل کمان بر حسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان به شعاع دایره:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \Rightarrow d\theta = \frac{ds}{r}$$

مثال ۳-۸- ذره‌ای روی یک مسیر دایره‌ای در هر دقیقه ۱۲۰۰ دور می‌زند. ω, f, T را محاسبه کنید.

تمرین ۳-۳- سرعت زاوی‌ای عقربه ثانیه شمار و عقربه دقیقه شمار یک ساعت را تعیین کنید.

۹-۳- حرکت دایره‌ای یکنواخت

هر گاه اندازه سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای در حرکت است ثابت بماند، می‌گوییم ذره دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است.

در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازه زمانی با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای برابر است:

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_o}{t - o} \Rightarrow \theta = \omega t + \theta_o$$

۱۰-۳- سرعت خطی در حرکت دایره‌ای

رابطه سرعت خطی در حرکت دایره‌ای عبارت است از:

$$v = r \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = r\omega$$

۱۱-۳- شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت

رابطه شتاب در حرکت دایره‌ای عبارت است از:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad \text{یا} \quad a = r\omega^2$$

مثال ۳-۹- خودرویی پیچ جاده‌ای به شعاع ۱۰۰ متر را با سرعت زاویه‌ای $\frac{1}{4} \frac{rad}{s}$ می‌پیماید. سرعت خطی و شتاب مرکزگرایی این خودرو را محاسبه کنید.

تمرین ۳-۴- اگر ملخ هواپیمایی به شعاع $m/5$ با سرعت ۲۰۰۰ دور در دقیقه بچرخد، و هواپیما با سرعت $480 \frac{Km}{h}$ نسبت به زمین حرکت کند، سرعت نقطه‌ای را که بر نوک ملخ هواپیما واقع است در حالت‌های زیر محاسبه کنید:

الف- از دید خلبان

ب- از دید ناظر روی زمین

۱۲-۳- دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. طبق قانون دوم نیوتون، نیرو و شتاب هم‌جهت هستند در نتیجه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌نامند و داریم:

$$F = ma = m \frac{v^2}{r}$$

$$F = ma = mr\omega^2$$

در پیچ جاده‌ها شرط لازم برای نلغزیدن خودرو، اصطکاک، شیب جاده و سرعت خودرو می‌باشد.

- در پیچ‌های افقی، نیروی مرکزگرا توسط نیروی اصطکاک ایستایی تأمین می‌شود.

مثال ۳-۱۰- خودرویی در یک پیچ افقی با ضریب اصطکاک ایستایی 0.8 می‌تواند با سرعت حداکثر $20 \frac{m}{s}$ بدون لغزش جانبی دور بزند.

شعاع پیچ را محاسبه کنید.

- در پیچ‌های غیر افقی (شیبدار)، اگر اصطکاک در عرض جاده ناچیز باشد، رابطه بین سرعت مجاز و شیب عرضی جاده برای خارج نشدن از پیچ جاده عبات است از:

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

تمرین ۳-۳- در یک جاده با شیب عرضی 37° و شعاع 10 m ، خودروها حداکثر با چه سرعتی دور بزنند تا از پیچ جاده خارج نشوند؟

$$\left(\tan 37^\circ = \frac{3}{4} \right)$$