

بسم الله الرحمن الرحيم



آموزشکده فنی و حرفه ای پسران بهشهر (امام خمینی (ره))

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۸-۹۹

درس: بررسی سیستم های قدرت ۱

(۴ جلسه اول)

استاد: محمدجواد امیرخانلو

منبع درس: کتاب بررسی های سیستم های قدرت

مؤلف: استیونسون، گرینجر

جلسه اول

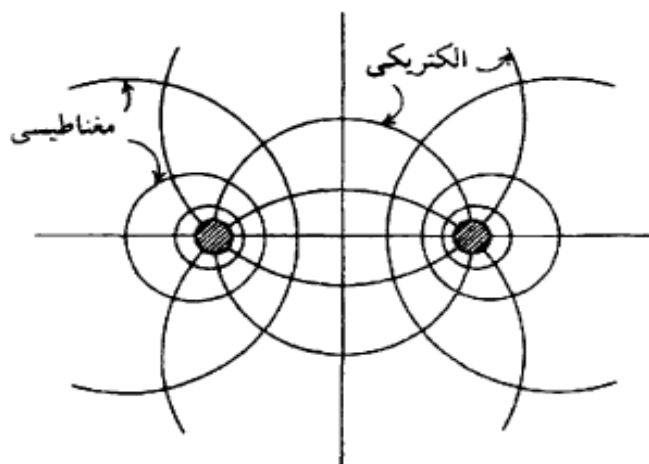
بررسی سیستمهای قدرت ۱



امپدانس سری خط انتقال

در یک خط انتقال، چهار کمیت مقاومت، اندوکتانس، ظرفیت خازنی و کنداکتانس روی کارکرد کامل آن به عنوان بخشی از سیستم قدرت اثر می‌گذارند. دو کمیت اول، در این فصل و ظرفیت خازنی در فصل بعد بررسی خواهد شد. کمیت چهارم، یعنی کنداکتانس بین هادیها یا بین هادیها و زمین، باعث جریان نشتی در مقره‌های^۱ خطوط هوایی و عایق کابلها می‌شود. چون می‌توان از جریان نشتی در مقره‌های خطوط هوایی چشم پوشید، کنداکتانس بین هادیها در یک خط هوایی صفر فرض می‌شود. دلیل دیگر چشم‌پوشی از کنداکتانس، متغیر بودن آن و نبودن روش مناسب برای محاسبه آن می‌باشد. جریان نشتی مقره‌ها، عامل اصلی کنداکتانس، به طور محسوسی با شرایط هوایی و رطوبتی که بر مقره‌ها می‌نشیند تغییر می‌کند. کرونا نیز که نتیجه جریان نشتی بین خطوط می‌باشد، با شرایط هوایی تغییر می‌کند. این مایه خوشحالی است که اثر کنداکتانس در ادمیتانس موازی خط ناچیز است. بعضی از خاصیت‌های یک مدار الکتریکی را می‌توان به وسیله میدانهای الکتریکی و مغناطیسی که در اثر عبور جریان از آن به وجود می‌آید، بررسی نمود. شکل (۱-۴)، یک خط تکفاز و میدانهای مغناطیسی و الکتریکی آن را نشان می‌دهد. خطوط فوران مغناطیسی پیرامون مدار تشکیل یک حلقه بسته می‌دهند و خطوط فوران الکتریکی از بارهای الکتریکی مثبت در یک هادی شروع شده، به بارهای منفی روی هادی

1- insulators



شکل ۱-۳ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک خط دوسیمه

دیگر ختم می‌شوند. تغییر جریان در هادی باعث تغییر تعداد خطوط فوران مغناطیسی پیرامون مدار می‌شود. هر تغییری در فوران مدار، ولتاژی متناسب با میزان این تغییر، به مدار القا می‌کند. اندوکتانس مدار، ولتاژ القاء شده ناشی از تغییر فوران را به میزان تغییر جریان مربوط می‌کند. بین هادیها ظرفیت خازنی وجود دارد که میزان بار جمع شده روی هادیها به ازای اختلاف پتانسیل یک ولت بین آنهاست.

مقاومت و اندوکتانس توزیع شده به طور یکنواخت در طول خط، امپدانس سری خط را تشکیل می‌دهد. کدکانتانس و ظرفیت خازنی بین هادیهای خط تکفاز یا بین هادی و خنثی در خط سه فاز، ادمیتانس موازی خط را تشکیل می‌دهند. اگر چه، مقاومت، اندوکتانس و ظرفیت خازنی در طول خط توزیع شده هستند اما در مدار معادل خط، چنانکه خواهیم دید، از کمیت‌های فشرده و متمرکز استفاده می‌شود.

۴-۱ انواع هادیها

در انتقال قدرت الکتریکی، در آغاز از هادیهای مسی استفاده می‌شد، اما امروزه هادیهای آلومینیومی به علت ارزانتر و سبکتر بودن نسبت به هادیهای مسی با همان مقاومت در خطوط هوایی به طور کامل جای آنها را گرفته‌اند. یکی دیگر از مزیت‌های هادی آلومینیومی این است که در یک مقاومت مشخص، قطر آن از هادی مسی بیشتر است. در حالت با قطر بزرگتر به ازای ولتاژ یکسان، خطوط فوران الکتریکی که در هادی ایجاد می‌شوند، در سطح هادی از یکدیگر دورتر می‌باشند. این امر موجب می‌شود که گرادیان ولتاژ در سطح هادی پایین آمده، امکان یونیزه شدن هوای اطراف هادی کاهش یابد. یونیزه شدن هوا باعث بروز پدیده‌ای ناخوشایند به نام کرونا می‌شود.

نمادهای زیر، انواع مختلف هادیهای آلومینیومی را نشان می‌دهند:

AAC هادی تمام آلومینیومی

AAAC هادی تمام آلیاژ آلومینیوم

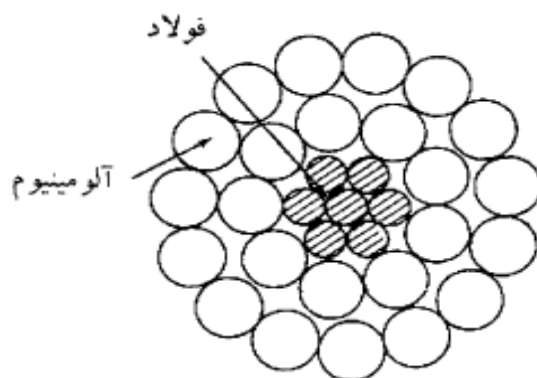
ACSR هادی آلومینیومی تقویت شده با فولاد

ACAR هادی آلومینیومی تقویت شده با آلیاژ

هادیهای آلیاژ آلومینیوم دارای قدرت کششی بیشتری نسبت به هادیهای الکتریکی آلومینیومی معمولی هستند. ACSR دارای یک هسته مرکزی از رشته‌های فولادی است که بالایه‌هایی از رشته‌های آلومینیوم نوع هادی الکتریکی احاطه شده است. ACAR دارای هسته مرکزی از جنس آلومینیوم بسیار قویتر است که گرداگرد آن را آلومینیوم نوع هادی الکتریکی فرا گرفته است. لایه‌های یک در میان سیم یک هادی رشته‌ای برای جلوگیری از باز شدن، در جهت‌های مختلف پیچیده می‌شوند به گونه‌ای که شعاع خارجی یک لایه، بر شعاع داخلی لایه بعدی منطبق می‌گردد. رشته‌ای بودن هادیها موجب می‌شود که هادیهای با سطح مقطع بزرگ انعطاف پذیر گردند. تعداد رشته‌ها به هم قطر بودن یا نبودن آنها و تعداد لایه‌ها بستگی دارد. مجموع تعداد رشته‌ها در یک کابل رشته‌ای هم مرکز که کل فضای حلقوی آن با رشته‌های داری قطر یکنواخت پر شده است، برابر ۷، ۱۹، ۳۷، ۶۱، ۹۱ و یا بیشتر می‌باشد.

سطح مقطع نمونه‌ای از کابل آلومینیومی تقویت شده با فولاد (ACSR) در شکل (۲-۴) نشان داده شده است. این هادی دارای ۷ رشته فولادی است که هسته مرکزی را تشکیل می‌دهند و اطراف آنها را دو لایه، رشته آلومینیومی فرا گرفته است. در این دو لایه ۲۴ رشته آلومینیومی وجود دارد. این هادی به صورت ۲۴Al/ ۷St یا به طور ساده ۲۴/۷ مشخص می‌شود. از ترکیبهای مختلف آلومینیوم و فولاد می‌توان هادیهای با قدرت کششی، ظرفیت جریان و سطح مقطع‌های گوناگون به دست آورد. در جدول (الف - ۳) ضمیمه، برخی از مشخصه‌های الکتریکی ACSR ارائه و نام صنعتی هر هادی نیز برای راحتی مراجعه نوشته شده است.

یک نوع هادی که تحت عنوان ACSR گسترش یافته^۱ شناخته می‌شود، دارای ماده پُرکننده‌ای مانند کاغذ است که رشته‌های فولادی داخلی را از رشته‌های آلومینیومی خارجی جدا می‌کند. این صفحه کاغذی به



شکل ۲-۴ مقطع عرضی یک هادی تقویت شده با فولاد،
۷ رشته فولادی و ۲۴ رشته آلومینیومی.

1- expanded ACSR

ازای هدایت و قدرت کششی مشخص، قطر هادی را افزایش می‌دهد (و بنابراین کرونا کاهش می‌یابد).
ACSR گسترش یافته، در برخی از خطوط ولتاژ خیلی بالا (EHV)^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۴-۲ مقاومت

مقاومت هادیهای خط انتقال، مهمترین علت افت توان در یک خط انتقال است. منظور از "مقاومت"، مقاومت مؤثر^۲ است مگر این که به نحو دیگری مشخص شود. مقاومت مؤثر یک هادی برابر است با:

$$R = \frac{\text{تلف توان در هادی}}{|I|^2} \Omega \quad (4-1)$$

توان، برحسب وات و I ، جریان rms هادی برحسب آمپر است. اگر توزیع جریان در هادی یکنواخت باشد، مقاومت مؤثر، همان مقاومت dc می‌باشد. پس از مرور مفاهیم اساسی مقاومت dc، توزیع غیر یکنواخت جریان را نیز بررسی خواهیم کرد.

مقاومت جریان مستقیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R_o = \frac{\rho l}{A} \Omega \quad (4-2)$$

ρ = مقاومت ویژه هادی

l = طول

A = سطح مقطع

در انتخاب واحدها می‌توان از دستگاه‌های گوناگون اندازه‌گیری استفاده نمود. در ایالات متحده، در صنعت برق معمولاً l را با فوت، A را با میل مدور^۳ (circular mill) و ρ را با اهم-میل مدور بر فوت که اهم بر میل مدور-فوت نیز نامیده می‌شود، می‌سنجند. در واحدهای SI^۴، L برحسب متر، A برحسب متر مربع و ρ برحسب اهم-متر می‌باشد.

یک میل مدور، مساحت یک دایره با شعاع ۱ میل (۰.۰۰۲۵۴ میلی‌متر) است. سطح مقطع یک هادی استوانه‌ای توپر به میل مدور، برابر با مربع قطر هادی است در صورتی که به میل بیان شده باشد. چنانچه میل مدور در $\frac{\pi}{4}$ ضرب شود، میل مربع به دست می‌آید. از آن جا که سازندگان در ایالات متحده، هادیها را با سطح مقطعشان برحسب میل مدور مشخص می‌کنند، گاهی مجبور به استفاده از این واحدها هستیم. اگر مساحت

1- extra high voltage

2- effective resistance

3- circular mill

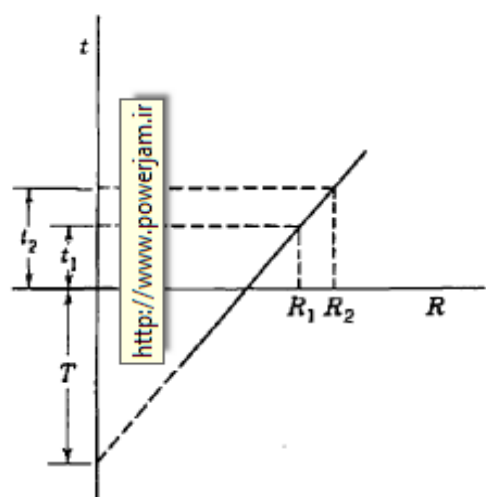
۴- SI عنوان رسمی برای دستگاه بین‌المللی واحدهاست.

بیان شده برحسب میل مدور در 5.067×10^{-4} ضرب شود، حاصل بر حسب میلیمتر مربع خواهد بود. استاندارد بین‌المللی هدایت، هدایت ویژه مس بازپخته^۱ است. سیم مسی سخت کشیده شده تجاری^۲، 3.97% و آلومینیوم 61% هدایت ویژه مس باز پخته استاندارد را دارا می‌باشد. در 20°C برای مس سخت کشیده شده $1.77 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{cmil/ft}$ ($10.66 \Omega \cdot \text{cmil/ft}$) و برای آلومینیوم $2.83 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{cmil/ft}$ ($17.0 \Omega \cdot \text{cmil/ft}$) می‌باشد.

مقاومت dc برای هادیهای رشته‌ای بیشتر از مقدار محاسبه شده به وسیله معادله (۲-۴) است، زیرا پیچیده شدن رشته‌ها باعث افزایش طول آنها نسبت به یک هادی معمولی می‌شود. در واقع جریانی که در یک هادی رشته‌ای یک مایلی برقرار می‌شود، غیر از رشته مرکزی، در سایر رشته‌ها مسیری بیش از یک مایل را می‌پیماید. افزایش مقاومت هادی رشته‌ای، 1% برای هادیهای سه رشته‌ای و 2% برای هادیهای رشته‌ای هم مرکز^۳ تخمین زده می‌شود.

تغییر مقاومت هادیهای فلزی نسبت به درجه حرارت در گستره عادی کار خطی می‌باشد. چنانچه مطابق شکل ۳-۴، درجه حرارت بر محور عمودی و مقاومت بر محور افقی نشان داده شود، ادامه دادن خط راستی که در شکل دیده می‌شود، روش آسانی برای پیدا کردن مقدار درست مقاومت در درجه حرارتهای گوناگون است. نقطه برخورد خط با محور درجه حرارت در مقاومت صفر، یکی از ثابتهای ماده است. با توجه به نمودار شکل (۳-۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (4-3)$$



شکل ۳-۴ تغییرات مقاومت یک هادی فلزی در اثر تغییر درجه حرارت

1- annealed copper

۲- hard - drawn copper wire سیم مسی که برای افزایش استحکام و سختی آن کاملاً کشیده شده است.

3- concentrically stranded conductors.

جلسه دوم

بررسی سیستمهای قدرت ۱

مثال ۱-۴ مشخصه‌های الکتریکی هادی رشته‌ای تمام آلومینیومی ماری گلد^۱ با توجه به جدول مشخصه‌های الکتریکی به صورت مقاومت dc برابر با 0.01558Ω در 1000 ft و دمای 20°C و مقاومت ac برابر با $0.0956 \Omega/\text{mil}$ در 50°C می‌باشد. هادی دارای ۶۱ رشته و اندازه آن 1113000 cmil است. درستی مقاومت dc را بررسی کنید و نسبت مقاومت ac به dc را به دست آورید.

پاسخ: در 20°C با توجه به معادله (۲-۴) و ۲٪ به خاطر پیچیدن سیم می‌توان نوشت:

$$R_s = \frac{1710 \times 1000}{1113 \times 10^3} \times 1.02 = 0.01558 \Omega \quad \text{در هر } 1000 \text{ ft}$$

در درجه 50°C با توجه به معادله (۳-۴) می‌توان نوشت:

$$R_s = 0.01558 \frac{228 + 50}{228 + 20} = 0.01746 \Omega \quad \text{در هر } 1000 \text{ ft}$$

$$\frac{R}{R_s} = \frac{0.0956}{0.01746 \times 51280} = 1.037$$

بنابراین اثر پوستی مقاومت هادی را ۳۷٪ افزایش می‌دهد.

۴-۴ اندوکتانس ناشی از فوران داخلی یک هادی

اندوکتانس یک خط انتقال برابر فوران در برگیرنده آن به ازای عبور جریان یک آمپر است. اگر نفوذپذیری مغناطیسی^۲ μ ثابت باشد، جریان سینوسی، فوران سینوسی هم فاز با خود تولید خواهد کرد. فوران در برگیرنده حاصل در حوزه فازور با L نشان داده می‌شود و می‌توان نوشت:

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (4-4)$$

چنانچه به جای فازور I در معادله (۴-۴)، اندازه لحظه‌ای جریان i قرار گیرد، آنگاه L اندازه لحظه‌ای فوران در برگیرنده ناشی از جریان i خواهد بود. فوران در برگیرنده برحسب وبر - دور (wb) اندازه‌گیری می‌شود.

تنها خطوط خارجی فوران در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. البته همچنان که هنگام بررسی اثر

1- marigold

2- permeability

پوستی گفته شد، میدان مغناطیسی در داخل هادی نیز وجود دارد. تغییر خطوط فوران داخل هادی نیز در تولید ولتاژ القایی و بنابراین اندوکتانس مدار سهم خواهد داشت. اندازه درست اندوکتانس ناشی از فوران داخلی از نسبت فوران در برگیرنده به جریان به دست خواهد آمد، البته باید در نظر داشت که هر خط فوران داخلی فقط کسری از کل جریان را در برمی گیرد.

برای به دست آوردن اندازه درست اندوکتانس خط انتقال، لازم است فوران داخلی هر هادی نیز به همراه فوران خارجی آن در نظر گرفته شود. یک هادی استوانه‌ای بلند را که سطح مقطع آن در شکل ۴-۴ نشان داده شده است، در نظر بگیرید. می‌توان فرض کرد که مسیر برگشت جریان به اندازه‌ای از این هادی دور است که تأثیر قابل توجهی بر میدان مغناطیسی هادی ندارد. بنابراین خطوط شار با هادی هم مرکز می‌باشند.

بر اساس قانون آمپر، نیروی محرکه مغناطیسی (mmf) برحسب آمپر دور پیرامون هر مسیر بسته، برابر است با جمع جبری جریانهای (برحسب آمپر) که به وسیله مسیر بسته احاطه شده باشد. این موضوع در بخش (۲-۱) بررسی شده. از دیدگاه ریاضیات، mmf برابر انتگرال خطی مؤلفه مماسی شدت میدان مغناطیسی پیرامون مسیر بسته می‌باشد، که به وسیله معادله (۲-۴) داده شد و اکنون به عنوان معادله (۴-۵) نوشته می‌شود:

$$\text{mmf} = \oint H \cdot ds = I At \quad (4-5)$$

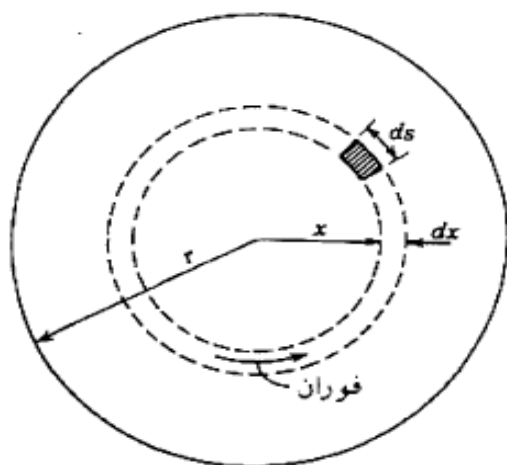
که در آن:

H = شدت میدان مغناطیسی برحسب At/m

S = فاصله‌ای از مسیر برحسب m

I = جریان گذرنده از مسیر بسته برحسب آمپر

از شکل فازوری H و I برای نشان دادن تغییرات سینوسی کمیتها استفاده شده است. رابطه بالا برای جریان مستقیم و متناوب یکسان است. برای سادگی می‌توان I را جریانی مستقیم و H را عددی حقیقی



شکل ۴-۴ برش عرضی یک هادی استوانه‌ای

در نظر گرفت. نقطه بین H و ds بیانگر این نکته است که مقدار H مؤلفه‌ای از شدت میدان است که بر ds مماس می‌باشد.

فرض کنید شدت میدان در فاصله x متر از مرکز هادی، H_x باشد. به دلیل متقارن بودن میدان مغناطیسی، H_x در همه نقاطی که فاصله آنها از مرکز هادی یکسان است، ثابت می‌باشد. اگر انتگرال گیری معادله (۴-۵) پیرامون مسیر دایره‌ای هم مرکز با هادی در x متری مرکز انجام شود، H_x در کل مسیر ثابت و بر آن مماس خواهد بود؛ و معادله (۴-۵) به صورت زیر در می‌آید:

$$\oint H_x ds = I_x \quad (4-6)$$

و

$$2\pi x H_x = I_x \quad (4-7)$$

I_x جریان در برگیرنده به وسیله مسیر بسته است. بنابراین با فرض یکنواختی چگالی جریان می‌توان نوشت:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \quad (4-8)$$

I جریان کل هادی است. جایگزینی معادله (۴-۸) در معادله (۴-۷) و حل آن برحسب H_x نتیجه می‌دهد:

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \text{ At/m} \quad (4-9)$$

چگالی فوران در فاصله x م از مرکز هادی برابر است با:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \text{ Wb/m}^2 \quad (4-10)$$

μ نفوذپذیری مغناطیسی هادی می‌باشد.^۱

برای جزء لوله‌ای شکل از هادی به ضخامت dx ، فوران $d\phi$ مساوی B_x برابر اندازه سطح مقطعی از دیواره جزء است که در امتداد عمود بر خطوط فوران می‌باشد. در این حالت اندازه سطح مقطع، dx برابر طول محوری هادی است. فوران مغناطیسی هر متر طول برابر است با:

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \text{ Wb/m} \quad (4-11)$$

۱- در سیستم SI نفوذپذیری فضای آزاد برابر $\mu_r = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ و نفوذپذیری برای $\mu_r = \mu / \mu_0$ است.

فوران در برگیرنده $d\lambda$ در هر متر از طول، که در اثر فوران جزء لوله‌ای شکل ایجاد می‌شود، برابر حاصل ضرب فوران هر متر طول در کسری از جریانی است که فوران آن را در برمی‌گیرد. بدین ترتیب:

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx \quad \text{Wbt/m} \quad (4-12)$$

برای به دست آوردن کل فوران در برگیرنده داخلی هادی λ_{int} ، از مرکز هادی لبه خارجی آن انتگرال‌گیری می‌شود:

$$\lambda_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^2}{2\pi r^2} dx = \frac{\mu I}{8\pi} \quad \text{Wbt/m} \quad (4-13)$$

به ازای نفوذپذیری نسبی ۱، $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ خواهد شد. بنابراین:

$$\lambda_{int} = \frac{1}{8} \times 10^{-7} \quad \text{Wbt/m} \quad (4-14)$$

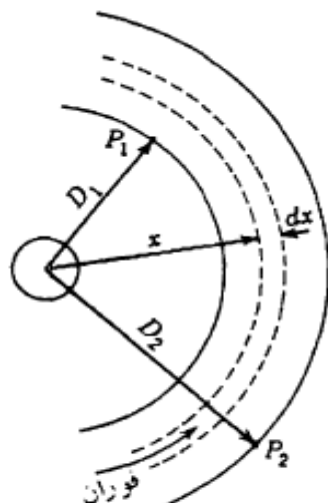
$$L_{int} = \frac{1}{8} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \quad (4-15)$$

تا این جا اندوکتانس واحد طول (هانری بر متر) یک هادی گرد، ناشی از فوران شار داخلی به دست آمد. از این پس اندوکتانس واحد طول به طور خلاصه اندوکتانس نامیده می‌شود اما باید در به کار بردن واحدهای صحیح دقت نمود.

درستی محاسبات اندوکتانس داخلی سیم گرد توپر که با استفاده از روش فوران در برگیرنده جزئی انجام گرفت با روشی کاملاً متفاوت، قابل اثبات است. از برابر قرار دادن انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی هادی در واحد طول در هر لحظه با $\frac{L_{int} i^2}{2}$ و حل آن برحسب L_{int} ، همان معادله (4-15) به دست خواهد آمد.

۴-۵ فوران در برگیرنده بین دو نقطه خارجی یک هادی منفرد

می‌خواهیم به عنوان گامی از محاسبه اندوکتانس یک هادی ناشی از فوران خارجی، عبارتی برای فوران یک هادی منفرد بین دو نقطه با فاصله D_1 و D_2 از مرکز هادی به دست آوریم. این نقطه‌ها در شکل ۴-۵ با P_1 و P_2 نشان داده شده است. جریان هادی، I آمپر می‌باشد. از آن جا که مسیرهای فوران، دایره‌های هم مرکز پیرامون هادی هستند، فوران بین نقطه‌های P_1 و P_2 در دو سطح استوانه‌ای هم مرکز



شکل ۴-۵ یک هادی و نقطه‌های خارجی P_1 و P_2

قرار می‌گیرند که از P_1 و P_2 می‌گذرند (با خط‌های دایره‌ای پیوسته نمایش داده شده‌اند). در یک جزء لوله‌ای شکل که x متر از مرکز هادی فاصله دارد، شدت میدان H_x است. mmf پیرامون این جزء برابر است با:

$$2\pi x H_x = I \quad (4-16)$$

از حل این معادله، H_x به دست می‌آید و از ضرب آن در μ ، چگالی فوران B_x در جزء حاصل می‌شود:

$$B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \text{ Wb/m}^2 \quad (4-17)$$

فوران $d\phi$ در جزء لوله‌ای شکل با ضخامت dx برابر است با:

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \text{ Wb/m} \quad (4-18)$$

فوران در برگیرنده $d\lambda$ در هر متر از نظر عددی با فوران $d\phi$ برابر است زیرا فوران خارج هادی، کل جریان هادی را فقط یکبار دور می‌زند. بنابراین فوران در برگیرنده بین P_1 و P_2 برابر است با:

$$\lambda_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-19)$$

به ازای نفوذپذیری مغناطیسی نسبی برابر با ۱ می‌توان نوشت:

$$\lambda_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-20)$$

جلسه سوم

بررسی سیستمهای قدرت ۱

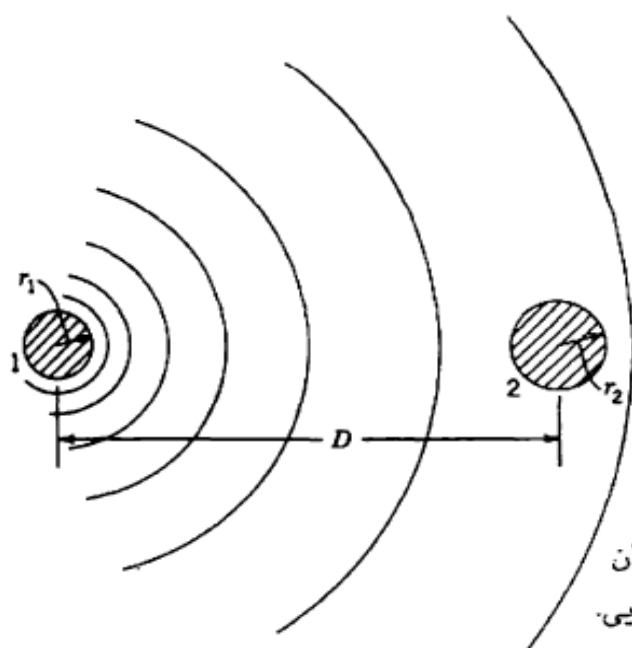
اندوکتانس هادی ناشی از فوران بین P_1 و P_2 برابر است با:

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ H/m} \quad (4-21)$$

۴-۶ اندوکتانس یک خط دو سیمه تکفاز

اکنون می‌توان اندوکتانس یک خط دو سیمه ساده را که دارای هادیهای گرد توپر^۱ می‌باشد، محاسبه نمود. شکل ۴-۶ مداری را با دو هادی به شعاعهای r_1 و r_2 نشان می‌دهد. یک هادی مسیر برگشت هادی دیگر است. ابتدا، تنها فوران در برگیرنده ناشی از جریان هادی ۱ در نظر گرفته می‌شود. خطوط فوران ناشی از جریان هادی ۱، که در فاصله $D + r_2$ یا بیشتر، از مرکز هادی شماره ۱ واقع است، جریان صفر را در بر می‌گیرد. کسری از کل جریان که به وسیله خطوط فوران در فاصله کمتر از $D - r_2$ در برگرفته میشود، برابر ۱ است. بنابراین، چنانچه D بسیار بزرگتر از r_1 و r_2 باشد منطقی است که D به جای $D - r_2$ و $D + r_2$ به کار رود. در حقیقت می‌توان نشان داد که حتی اگر D کوچک هم باشد، این فرض صحیح است. از جمع نمودن اندوکتانس ناشی از فوران در برگیرنده داخلی، تعیین شده به وسیله معادله (۴-۱۵)، با اندوکتانس ناشی از فوران خارجی، تعیین شده به وسیله معادله (۴-۲۱) هنگامی که r_1 با D_1 و D_2 با D جایگزین گردد، می‌توان نوشت:

$$L_1 = \left(\frac{1}{r_2} + 2 \ln \frac{D}{r_1} \right) \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (4-22)$$



شکل ۴-۶ هادیهای با شعاع مختلف و میدان مغناطیسی ناشی از جریان هادی ۱ به تنهایی.

1- solid round conductor

که اندوکتانس مدار ناشی از جریان هادی ۱ به تنهایی می‌باشد.
با فاکتورگیری از معادله (۴-۲۲) و با توجه به $\ln \varepsilon^{1/4} = \frac{1}{4}$ می‌توان رابطه اندوکتانس را به صورت ساده‌تر زیر در آورد:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \varepsilon^{1/4} + \ln \frac{D}{r_1} \right) \quad (4-23)$$

از ترکیب مؤلفه‌های رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 \varepsilon^{-1/4}} \quad (4-24)$$

با جایگزینی $r'_1 = r_1 \varepsilon^{-1/4}$:

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_1} \text{ H/m} \quad (4-25)$$

در این رابطه، r'_1 را می‌توان شعاع یک هادی فرضی در نظر گرفت که فوران داخلی ندارد اما اندوکتانس آن با هادی واقعی به شعاع r_1 برابر است. اندازه $\varepsilon^{-1/4}$ برابر ۰/۷۷۸۸ است. در معادله (۴-۲۵) جمله مربوط به فوران داخلی حذف شده اما در عوض با انتخاب مقداری تصحیح شده برای شعاع هادی، نتیجه یکسان است. ضریب ۰/۷۷۸۸ که برای تصحیح شعاع در اثر فوران داخلی به کار رفته است، تنها برای هادیهای گرد توپر کاربرد دارد. سایر هادیها پس از این بررسی خواهد شد.

چون جریان در هادی شماره ۲ در جهت مخالف هادی شماره ۱ برقرار می‌شود (با اختلاف فاز 180°)، فوران در برگیرنده ناشی از جریان هادی شماره ۲ در صورتی که به تنهایی در نظر گرفته شود در همان جهت فوران ناشی از جریان هادی شماره ۱ است. فوران کل ناشی از دو هادی، از جمع mmf های هر دو هادی به دست می‌آید. به هر حال برای نفوذپذیر ثابت، فوران در برگیرنده (و به طور مشابه اندوکتانس) دو هادی را می‌توان به طور جداگانه جمع کرد.

در مقایسه با معادله (۴-۲۵)، اندوکتانس ناشی از جریان هادی شماره ۲ برابر است با:

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_2} \text{ H/m} \quad (4-26)$$

و برای کل مدار:

$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}} \text{ H/m} \quad (4-27)$$

با فرض $r'_1 = r'_2 = r'$ ، اندوکتانس کل به صورت زیر ساده می‌شود:

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \text{ H/m} \quad (4-28)$$

گاهی برای تمایز این اندوکتانس از اندوکتانس مداری که تنها یک هادی دارد، آن را اندوکتانس هر متر حلقه یا مایل حلقه می‌نامند. اندوکتانس یک هادی که از معادله (4-25) به دست می‌آید، یک دوم اندوکتانس کل یک خط تک‌فاز دوسیمه است که به آن اندوکتانس هر سیم می‌گویند.

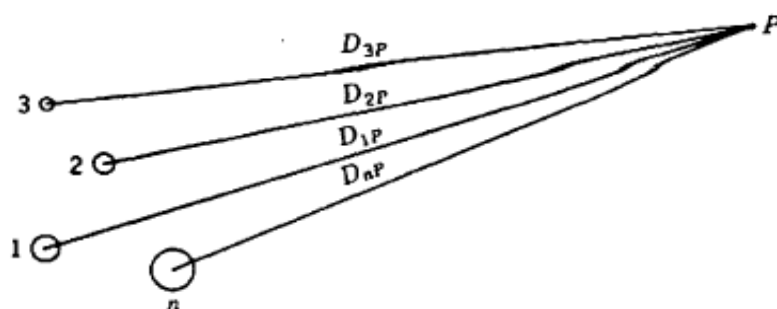
4-7 فوران در برگیرنده هادی از یک گروه

شکل کلی تر مسأله خط دوسیمه، هنگامی است که یک هادی در دسته‌ای از هادیا قرار گیرد و مجموع جریان همه هادیا صفر باشد. این گروه در شکل 4-7 نشان داده شده است. هادیهای 1، 2، 3، ... و n دارای جریانهای فازوری $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ هستند. فاصله این هادیا از نقطه دور P همچنان که در شکل نشان داده شده است برابر $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$ می‌باشد. اکنون λ_{1P} یعنی فوران در برگیرنده هادی 1 ناشی از جریان I_1 را، با در نظر گرفتن فوران در برگیرنده داخلی و چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه P ، به دست می‌آوریم. با توجه به معادله (4-14) و (4-20) می‌توان نوشت:

$$\lambda_{1P} = \left(\frac{I_1}{2} + 2I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r'_1} \right) 10^{-7} \quad (4-29)$$

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r'_1} \text{ Wbt/m} \quad (4-30)$$

فوران در برگیرنده هادی شماره 1، یعنی λ_{1P} ، ناشی از I_2 ، با چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه P ، برابر فوران تولیدی به وسیله I_2 بین نقطه P و هادی شماره 1 است (که به ترتیب بین فاصله‌های D_{2P} و



شکل 4-7 برش عرضی یک گروه شامل n هادی که مجموع جریان آنها صفر است. نقطه P از هادیا دور است.

D_{12} از هادی ۲ می‌باشد). بنابراین:

$$\lambda_{1P2} = 2 \times 10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \quad (4-31)$$

فوران در برگیرنده هادی شماره ۱، یعنی λ_{1P} ، ناشی از همه هادیهای گروه با چشم پوشی از فوران دورتر از نقطه P ، برابر است با:

$$\lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (4-32)$$

از گسترش جمله‌های لگاریتمی و گروه‌بندی دوباره آنها می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} & \left(I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ & \left. + I_1 \ln D_{1P} + I_2 \ln D_{2P} + I_3 \ln D_{3P} + \dots + I_n \ln D_{nP} \right) \quad (4-33) \end{aligned}$$

از آن جا که مجموع جریان همه هادیهای گروه صفر است، می‌توان نوشت:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

از رابطه بالا I_n برابر است با:

$$I_n = - (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1}) \quad (4-34)$$

قرار دادن رابطه (۴-۳۴) به جای دومین I_n در معادله (۴-۳۳) و ترکیب دوباره بعضی از جمله‌های لگاریتمی نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \lambda_{1P} = 2 \times 10^{-7} & \left(I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ & \left. + I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{nP}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \right) \quad (4-35) \end{aligned}$$

چنانچه نقطه P بی‌نهایت دور شود، جمله‌های دارای لگاریتم نسبت فاصله‌ها از نقطه P ، به دلیل میل کردن این نسبتها به سمت یک، بی‌نهایت کوچک خواهند شد. بنابراین با نادیده گرفتن آنها،

$$\lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{1}{r'_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) \text{ Wbt/m (4-36)}$$

در واقع با دور کردن نقطه P تا بی نهایت، همه فوران در برگیرنده هادی شماره ۱ به حساب می آید. بنابراین معادله (۴-۳۶)، کل فوران در برگیرنده هادی شماره ۱ در دسته ای از هادیها است که مجموع جریان همه آنها صفر می باشد. در صورت متناوب بودن جریانها، باید از جریان لحظه ای استفاده کرد تا فوران به دست آمده نیز، فوران در برگیرنده لحظه ای باشد. چنانچه از مقدارهای مؤثر مختلط استفاده شود، مقدار rms فوران در برگیرنده نیز عددی مختلط به دست خواهد آمد.

۴-۸ اندوکتانس خطهای با هادی مرکب^۱

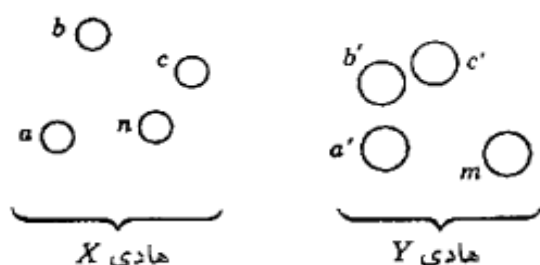
در طبقه بندی کلی، هادیهای رشته ای در گروه هادیهای مرکب قرار می گیرند، یعنی هادیهایی که از دو یا چند جزء یا رشته موازی تشکیل می شوند. بحث را به حالتی محدود می کنیم که همه رشته ها یکسان بوده جریان آنها یکی باشد. اندازه اندوکتانس داخلی هادیهای خاص معمولاً به وسیله سازندگان گوناگون در دسترس قرار می گیرد و در کتابچه های راهنما نیز یافت می شود. در اینجا حالت پیچیده تر مسأله که مربوط به هادیهای ناهمگن با تقسیم نابرابر جریان بین رشته ها می باشد، بررسی می گردد. این روش را برای تعیین اندوکتانس خطوط دارای مدارهایی که از نظر الکتریکی موازیند، می توان به کار برد. زیرا هر دو سیم موازی با هم را می توان رشته های یک هادی مرکب منفرد به حساب آورد.

شکل ۴-۸، یک خط تک فاز با دو هادی را نشان می دهد. برای عمومیت دادن به مسأله، هادی هر طرف خط، دارای آرایش اختیاری از تعداد نامعینی رشته است. تنها محدودیت این است که رشته های موازی، استوانه ای بوده جریان یکسان دارند. هادی X ، مرکب از n رشته موازی یکسان است که هر کدام دارای جریان I/n هستند. هادی Y که مدار برگشت جریان هادی X است، دارای m رشته موازی یکسان است که جریان هر کدام $\frac{I}{m}$ می باشد. فاصله بین رشته ها با D و زیرنوشت مناسب نشان داده می شود. از به کارگیری معادله (۴-۳۶) برای رشته a از هادی X ، فوران در برگیرنده رشته a به صورت زیر به دست می آید:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left(\ln \frac{1}{r'_a} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left(\ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \quad (4-37)$$

جلسه چهارم

بررسی سیستمهای قدرت ۱



شکل ۸-۴ خط تکفاز با دو هادی مرکب

پس از ساده کردن رابطه بالا می توان نوشت:

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ Wbt/m} \quad (4-38)$$

از تقسیم معادله (۴-۳۸) بر جریان I/n ، اندوکتانس رشته a به دست می آید:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \text{ H/m} \quad (4-39)$$

به همین ترتیب، اندوکتانس رشته b برابر است با:

$$L_b = \frac{\lambda_b}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} r_b' D_{bc} \dots D_{bn}}} \text{ H/m} \quad (4-40)$$

اندوکتانس میانگین رشته های هادی X برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad (4-41)$$

هادی X مرکب از n رشته است که از نظر الکتریکی موازی می باشند. اگر اندوکتانس همه رشته ها یکسان باشد، اندوکتانس کل هادی، $\frac{1}{n}$ اندوکتانس یک رشته خواهد بود. در اینجا، اندوکتانس رشته ها متفاوت است اما اندوکتانس موازی همه آنها، $\frac{1}{n}$ برابر اندوکتانس میانگین می باشد. بنابراین اندوکتانس هادی X برابر است با:

$$L_X = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (4-42)$$

از جای گذاری رابطه لگاریتمی اندوکتانس هر یک از رشته ها در معادله (۴-۴۲) و ترکیب جمله ها

$$L_X = 2 \times 10^{-7}$$

$$\times \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}) (D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}) \dots (D_{na'} D_{nb'} D_{nc'} \dots D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} D_{bc} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} D_{nc} \dots D_{nn})}} \quad \text{H/m} \quad (4-43)$$

که در آن، r'_a, r'_b, r'_n با D_{aa}, D_{bb}, D_{nn} جایگزین شده‌اند تا عبارت متقارنتر به نظر آید. دقت شود که صورت کسر آرگومان لگاریتم معادله (4-43) ریشه mn ام mn جمله‌ایست که حاصل ضرب فاصله همه n رشته هادی X تا همه m رشته هادی Y است. به ازای هر رشته در هادی X ، m فاصله تا رشته‌های هادی Y وجود دارد و هادی X نیز دارای n رشته است. حاصل ضرب m فاصله برای n رشته، منجر به mn جمله می‌گردد. ریشه mn ام حاصل ضرب mn فاصله، فاصله میانگین هندسی^۱ بین هادی X و Y نامیده می‌شود که به طور خلاصه با D_m یا GMD نمایش داده شده، به آن GMD متقابل بین دو هادی نیز می‌گویند. مخرج کسر آرگومان لگاریتم معادله (4-43)، ریشه n^2 ام، n^2 جمله است. n رشته داریم که به ازای هر یک از آنها، n جمله شامل حاصل ضرب r'_a آن رشته در فاصله آن رشته تا رشته‌های دیگر هادی X وجود دارد. بنابراین n^2 جمله وجود دارد. گاهی r'_a را فاصله رشته a تا خودش می‌نامند، به خصوص هنگامی که به صورت D_{aa} مشخص می‌شود. در این صورت، جمله‌های زیر رادیکال مخرج را می‌توان به صورت حاصل ضرب فاصله هر رشته هادی تا خودش و رشته‌های دیگر همان هادی در نظر گرفت. ریشه n^2 حاصل ضرب این جمله‌ها را، GMD خودی هادی X و r' هر رشته مجزا را GMD خودی آن رشته می‌نامند. به GMD خودی، شعاع میانگین هندسی^۲ یا GMR نیز می‌گویند. بیان صحیح ریاضی آن، GMD خودی است اما در عمل GMR به کار برده می‌شود. ما نیز به همین دلیل از GMR استفاده کرده آن را با D_s نشان می‌دهیم.

معادله (4-43) بر حسب D_m و D_s به صورت زیر در می‌آید:

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \text{H/m} \quad (4-44)$$

لازم است خواننده معادله (4-44) و (4-25) را با هم مقایسه کند.

اندوکتانس هادی Y به روشی مشابه به دست می‌آید و اندوکتانس خط برابر است با:

$$L = L_X + L_Y$$

1- geometric mean distance 2- geometric mean radius

مثال ۲-۴ مدار یک خط انتقال تکفاز دارای سه سیم توپر به شعاع $۰,۲۵\text{cm}$ میباشد. مدار برگشت دارای دو سیم به شعاع $۰,۵\text{cm}$ است. شکل (۴-۹) آرایش هادیها را نشان می دهد. اندوکتانس ناشی از جریان در هر طرف خط و اندوکتانس خط کامل را برحسب هانری بر متر (و میلی هانری بر مایل) به دست آورید.

پاسخ ابتدا GMD بین طرف X و Y را پیدا کنید:

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ad} D_{ae} D_{bd} D_{be} D_{cd} D_{ce}}$$

$$D_{ad} = D_{be} = 9 \text{ m}$$

$$D_{ae} = D_{bd} = D_{ce} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}$$

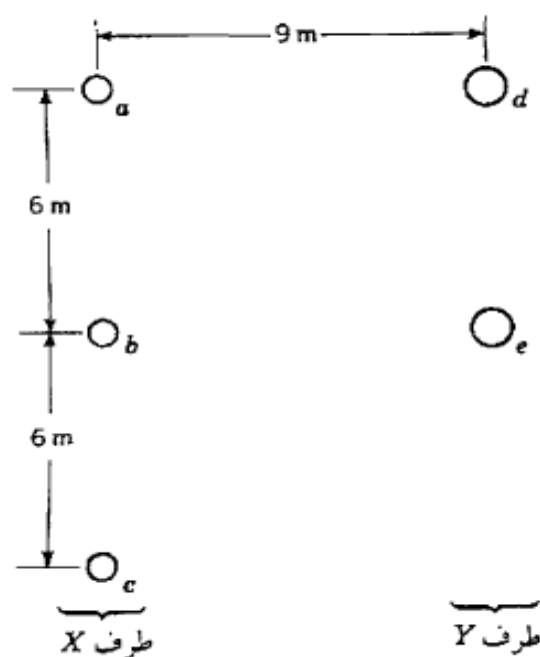
$$D_{cd} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[3]{9^2 \times 15 \times 117^{3/2}} = 10,743 \text{ m}$$

سپس GMR طرف X را پیدا کنید:

$$D_s = \sqrt[3]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} D_{ba} D_{bb} D_{bc} D_{ca} D_{cb} D_{cc}}$$

$$= \sqrt[3]{(0,25 \times 0,7788 \times 10^{-2})^3 \times 6^4 \times 12^2} = 0,481 \text{ m}$$



شکل ۴-۹ آرایش هادیهای مثال ۲-۴

برای طرف Y:

$$D_s = \sqrt{(0.5 \times 0.7788 \times 10^{-2})^2 \times 6^2} = 0.153 \text{ m}$$

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10/743}{0.481} = 6.212 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_Y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10/743}{0.153} = 8.503 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = L_X + L_Y = 14.715 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$(L = 14.715 \times 10^{-7} \times 1609 \times 10^3 = 2.37 \text{ mH/mi})$$

در مثال ۲-۴، فاصله هادیهای موازی یک طرف خط، ۶m و فاصله بین دو طرف خط، ۹m است. در این حالت محاسبه GMD متقابل اهمیت دارد. در هادیهای رشته‌ای، فاصله بین طرفهای یک خط شامل یک هادی در هر طرف به طور معمول به اندازه‌ای بزرگ است که GMD متقابل را با خطای ناچیز می‌توان برابر فاصله مرکز به مرکز در نظر گرفت.

اگر از اثر هسته فولادی ACSR در محاسبه اندوکتانس چشم پوشی شود، چنانچه تعداد لایه‌های رشته‌های آلومینیوم زوج باشد، درجه درستی محاسبات، بالا خواهد بود. هنگامی که تعداد لایه‌های رشته‌های آلومینیوم فرد باشند، اثر هسته آشکارتر خواهد شد، اما در این حالت نیز چنانچه محاسبات براساس رشته‌های آلومینیوم به تنهایی انجام گیرد، درستی محاسبات خوب خواهد گردید.

۴-۹ کاربرد جدولها

GMR هادیهای استاندارد و سایر اطلاعات لازم برای محاسبه راکتانس القایی، راکتانس خازنی موازی و مقاومت در جدولها قابل دسترسی می‌باشد. از آن جا که هنوز صنایع ایالات متحده از واحدهای اینچ، فوت و مایل استفاده می‌کنند، این جدولها نیز بر همین اساس تهیه شده‌اند. به همین دلیل در بعضی از مثالهای کتاب از فوت و مایل و در برخی از متر و کیلومتر استفاده شده است. راکتانس القایی معمولاً از اندوکتانس مطلوبتر است. راکتانس القایی یک هادی از خط تک‌فاز دو سیمه برابر است با:

$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi fL = 2\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \\ &= 4\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/\text{m} \end{aligned} \quad (4-45)$$

$$X_L = 2.022 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \Omega/\text{mi} \quad \text{یا: (4-46)}$$

D_m فاصله بین هادیهاست. واحدهای D_s و D_m باید یکسان باشد که به طور معمول، متر یا فوت است. GMR داده شده در جدولها، D_s معادلی است که در صورت قابل توجه بودن اثر پوستی بر اندوکتانس، آن را نیز در نظر می‌گیرد.

البته اثر پوستی در فرکانسهای بالا برای یک هادی با قطر مشخص، مشهودتر است. اندازه‌های GMR داده شده در جدول (الف - ۳) ضمیمه برای فرکانس ۶۰ Hz می‌باشد.

در برخی از جدولها، علاوه بر GMR، مقدار راکتانس القایی نیز داده می‌شود. یک روش به دست آوردن آن، گسترش جمله لگاریتمی معادله (۴-۴۶) می‌باشد:

$$X_L = \underbrace{2,022 \times 10^{-3} f \ln \frac{1}{D_s}}_{X_a} + \underbrace{2,022 \times 10^{-3} f \ln D_m}_{X_d} \quad \Omega/\text{mi}$$

چنانچه D_s و D_m برحسب فوت بیان شده باشد، جمله اول معادله (۴-۴۷)، راکتانس القایی یک هادی از یک خط دوسیمه، که فاصله بین هادیهای آن ۱ ft است، می‌باشد. این نتیجه از مقایسه معادله (۴-۴۷) با معادله (۴-۴۶) نیز قابل مشاهده است. بنابراین جمله اول معادله (۴-۴۷)، راکتانس القایی با فاصله گذاری ۱ فوت، X_a نامیده می‌شود که وابسته به GMR هادی و فرکانس است. جمله دوم معادله (۴-۴۷) را ضریب فاصله گذاری راکتانس القایی، X_d می‌نامند که مستقل از نوع هادی ولی وابسته به فرکانس و فاصله گذاری می‌باشد. جدول (الف - ۳) ضمیمه، اندازه راکتانس القایی برای فاصله گذاری ۱ فوت و جدول (الف - ۴) ضریبهای فاصله گذاری راکتانس القایی را نشان می‌دهد.

مثال ۳-۴ راکتانس القایی هر مایل یک خط تکفاز را فرکانس ۶۰ Hz را به دست آورید. هادی از نوع پارتریج و فاصله بین مرکزها برابر ۲۰ ft می‌باشد.

پاسخ: با توجه به جدول (الف - ۳)، برای این هادی $D_s = 0,0217 \text{ ft}$ است. از معادله (۴-۴۶) برای یک هادی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} X_L &= 2,022 \times 10^{-3} \times 60 \ln \frac{20}{0,0217} \\ &= 0,828 \quad \Omega/\text{mi} \end{aligned}$$